Aldo Montesano PRINCIPI DI ANALISI ECONOMICA

PARTE PRIMA: LA SCELTA

Cap. 2 L’ANALISI DELLA SCELTA

Le due ipotesi fondamentali della teoria economica, il cui oggetto di studio è un insieme di decisori interagenti, richiedono, come già indicato nell’introduzione, che le loro azioni siano *scelte* e che siano *compatibili*. Nella prima parte del volume vengono analizzate, in diversi contesti, le implicazioni dell’ipotesi che le azioni siano scelte, considerando perciò soltanto la prima delle due ipotesi.

La nozione di scelta presuppone che vi sia la *possibilità di azioni alternative*, cioè che l’agente in esame non sia obbligato ad agire in un modo predeterminato, perché così obbligato da forze naturali (come nel mondo fisico), dagli istinti (nel mondo biologico), da volontà coercitive (nelle società schiaviste), o per ipotesi. In questo caso la scelta degenererebbe in una azione obbligata: ossia, l’insieme delle azioni fra cui l’agente può scegliere sarebbe composto di un solo elemento. Una teoria della scelta non sarebbe falsa, bensì irrilevante per descrivere/spiegare l’azione. (Tuttavia, anche queste azioni predeterminate possono avere rilievo economico, ad esempio, possono generare domanda di beni. Perciò, la teoria economica include, in generale, anche queste scelte degeneri).

L’ipotesi che le azioni siano scelte presuppone non solo che siano possibili azioni alternative, ma anche che vi sia un *criterio di scelta*, ad esempio il perseguimento di un obiettivo. Senza un criterio di scelta l’azione è indeterminata, può essere una qualsiasi, presa ad esempio a caso fra le alternative possibili (peraltro, l’azione casuale può essere in certi casi una scelta intenzionale).[1] Il criterio di scelta di un agente è associato, nell’analisi economica, a *preferenze sull’insieme delle azioni* e sono queste preferenze che riflettono il fine, o proposito, dell’agente.

[1] Nella letteratura sociologica, sulla scia di Max Weber (1864-1920), si introducono talvolta fini alternativi e mezzi alternativi per il perseguimento di ciascun fine, per cui vi è la possibilità di un ordinamento sia dei fini, sia, relativamente a questi, dei mezzi. In economia, questa distinzione tra fini e mezzi generalmente non si pone, vi è un’unica scelta. In altri termini, nell’analisi economica il fine di ogni agente è normalmente un “dato”, che fa parte delle condizioni (anche psicologiche) che definiscono un’economia.

La teoria della scelta è in economia abbastanza complessa e variegata, soprattutto in relazione alle azioni alternative fra cui scegliere, per cui conviene distinguere diversi tipi di scelta per analizzarli separatamente. In questa Parte Prima del volume viene presentata la *scelta individuale*, in cui cioè l'agente è una singola unità di decisione (che può essere una singola persona o un gruppo di persone rappresentabili con un unico criterio di scelta). Vengono analizzate separatamente le scelte di consumo, di produzione, dinamica, in condizioni di incertezza e, nella Parte Quarta, strategica. Nella Parte Seconda verrà introdotta la *scelta sociale*. Prima, però, di analizzare il problema della scelta in questi diversi contesti, conviene introdurre in termini generali la rappresentazione del criterio di scelta e il tema delle preferenze dell'agente.

2.1 La rappresentazione del criterio di scelta

La teoria economica assume generalmente come "dato" il criterio di scelta dell'agente. In questo senso, la teoria economica non si occupa della sua spiegazione, seguendo il principio "de gustibus non est dispuntandum". Tuttavia, non mancano le analisi economiche che discutono della *razionalità del criterio di scelta*, sia in relazione a sue specifiche caratteristiche (come, ad esempio, la transitività delle preferenze, che sarà introdotta tra poco), sia in termini di relazioni tra sistemi di preferenza (come, ad esempio, nella scelta in condizioni di incertezza, mediante l'analisi della relazione tra le preferenze sulle azioni e quelle sulle loro conseguenze), sia studiando le modificazioni delle preferenze nel tempo, dovute, ad esempio, all'esperienza dell'agente o a nuove informazioni da questi ricevute. L'ipotesi che il *criterio di scelta* sia *dato* significa, dal punto di vista dell'analisi, che esso precede logicamente (non dipende da) ciò che la teoria della scelta si propone di determinare, cioè le azioni dell'agente in esame (può, però, dipendere, come già indicato nel Paragrafo 1.4, dalle scelte di altri agenti o dalle scelte dello stesso agente in tempi precedenti o da altre condizioni che non siano sotto il controllo dell'agente all'atto della scelta).

Inoltre, normalmente, non si introduce un criterio di scelta che individui necessariamente una sola azione nell'insieme delle azioni possibili. Si ammette, invece, che il criterio di scelta possa selezionare una molteplicità di azioni (cioè, l'insieme di scelta può contenere più di una azione) e che l'azione effettivamente eseguita sia determinata fra queste in base ad un principio diverso dalla scelta (ad esempio, in modo casuale o istintivo o per comando).[2]

[2] Si noti come un principio diverso dalla scelta intervenga solo nella determinazione di un'azione fra azioni già selezionate in base ad un criterio di scelta. Ad esempio, il criterio di scelta selezioni due azioni, tra le quali, per la stessa definizione di criterio di scelta, l'agente non ha ragioni per scegliere l'una o l'altra: il criterio di scelta esclude che

Il criterio di scelta, dovendo individuare un insieme di scelta nell'insieme delle azioni possibili, presuppone un ordinamento che partisca in due l'insieme delle azioni possibili: l'*insieme di scelta*, che raccoglie le azioni scelte dal decisore (una delle quali verrà eseguita), e le altre azioni, quelle che l'agente non intende eseguire. In altri termini, le azioni incluse nell'insieme di scelta sono preferite alle azioni escluse.

In base a questa considerazione, sono possibili *due approcci*, entrambi seguiti nell'analisi economica (ed entrambi introdotti da Pareto). Secondo il primo approccio viene associato all'agente un sistema di preferenza sulle azioni e viene ipotizzato che il criterio di scelta dell'agente discenda da questo sistema di preferenza, ossia che l'insieme di scelta sia, nell'insieme delle azioni possibili, il sottoinsieme delle azioni preferite. Quindi, con il *primo approccio, il criterio di scelta viene determinato in base ad un sistema di preferenza dato*. Nel secondo approccio, la nozione primitiva è la stessa scelta. Assumendo che la scelta soddisfi una condizione di *coerenza* (come è l'assioma della preferenza rivelata, che verrà introdotto nel seguito) si può indurre dalle scelte un sistema di preferenza che le razionalizza. Perciò, con il secondo approccio, *il sistema di preferenza viene determinato in base ad un criterio di scelta dato*.

Entrambi gli approcci, quindi, per ipotesi il primo e per deduzione il secondo, indicano l'insieme di scelta come il sottoinsieme delle azioni preferite nell'insieme delle azioni possibili.

2.2 Il sistema di preferenza

L'approccio del sistema di preferenza è fondato sulla *relazione di preferenza*, indicata normalmente con il simbolo $\succsim$. Ossia, $a \succsim a'$, con a, $a' \in A$ (ove A è l'insieme delle azioni, che include tutte le azioni rilevanti per l'agente), significa che l'azione a è "almeno altrettanto buona che" l'azione a'.

Dalla relazione di preferenza $\succsim$ discendono due altre relazioni di preferenza: la relazione di preferenza stretta $\succ$ e quella di indifferenza $\sim$. Per ogni coppia $a, a' \in A$ con $a \succsim a'$ può essere che si abbia anche $a' \succsim a$

venga eseguita un'azione diversa da queste due. Poiché la realtà mostra l'esecuzione di una sola azione, la determinazione di quale tra le due azioni prescelte venga eseguita discende da qualche altro principio, da specificare caso per caso. Applicando quanto detto al famoso esempio dell'asino di Buridano, ipotizzando che l'azione dell'asino sia scelta, il fatto che l'asino ritenga indifferenti i due mucchi di fieno non conduce al digiuno, poiché questa è un'azione inferiore, nelle preferenze dell'asino, rispetto alle altre due possibili (mangiare il mucchio di fieno A o il mucchio B). L'asino sceglierà di mangiare l'uno o l'altro mucchio di fieno, a caso o secondo l'ordine del padrone. Si può fare, volendo, l'esperimento con un asino reale.

oppure no: si ha la *relazione di preferenza stretta*, per cui $a \succ a'$, cioè l'azione a "è preferita" all'azione a', se $a \succsim a'$ ma non $a' \succsim a$; si ha, invece, la *relazione di indifferenza*, per cui $a \sim a'$, cioè l'azione a "è indifferente" all'azione a' e viceversa, se $a \succsim a'$ e $a' \succsim a$.[3]

Analogamente, dalle relazioni di preferenza stretta $\succ$ e di indifferenza $\sim$ discende la relazione di preferenza $\succsim$ (che viene, talvolta, indicata come preferenza debole): si ha $a \succsim a'$ se $a \succ a'$ o $a \sim a'$.

Ne consegue che il sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ può essere ugualmente rappresentato impiegando la relazione di preferenza $\succsim$, oppure le relazioni di preferenza stretta $\succ$ e di indifferenza $\sim$.

Il sistema di preferenza regolare. L'analisi economica spesso assume che il sistema di preferenza soddisfi alcune proprietà. La proprietà seguente definisce la *regolarità* (o *razionalità*) del sistema di preferenza.

Definizione 2.1 Il sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ è regolare (o razionale) se è completo e transitivo, ossia se

1) $a \succsim a'$ e/o $a' \succsim a$ per ogni coppia $a, a' \in A$ (*completezza*);

2) $a \succsim a''$ per ogni terna $a, a', a'' \in A$ con $a \succsim a'$ e $a' \succsim a''$ (*transitività*).

Queste due condizioni implicano anche la *riflessività* della relazione di preferenza, cioè, $a \succsim a$ per ogni $a \in A$. In termini matematici, il sistema binario di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ così introdotto stabilisce un preordinamento[4] completo sull'insieme delle azioni.

E' opportuno tenere presente come la completezza e la transitività siano ipotesi, in molti casi, abbastanza forti, nel senso che attribuiscono all'agente una capacità di valutazione estesa (la completezza richiede che l'agente sia in grado di stabilire la relazione di preferenza per tutte le coppie di azioni in A) e coerente (la transitività implica l'assenza di relazioni cicliche, cioè $a \succsim a' \succsim a'' \succ a$, che potrebbero determinare, se presenti, comportamenti irrazionali come quelli del tipo *money pump*[5]). Sono,

---

[3] Vi sono altri simboli, connessi ai precedenti, che possono essere usati per indicare una relazione di preferenza e che hanno un significato ovvio. Ad esempio, $a' \precsim a$ è equivalente a $a \succsim a'$, $a' \prec a$ è equivalente a $a \succ a'$, $a \nsucc a'$ indica che non è $a \succ a'$, ecc.

[4] Un preordinamento (o quasi-ordinamento) è una relazione binaria riflessiva e transitiva su un insieme. Una relazione è binaria se riguarda le coppie di elementi contenuti in un dato insieme: per una coppia di elementi dell'insieme la relazione in esame (per noi, la relazione di preferenza) può intercorrere o no (per la coppia (a, a'), con $a, a' \in A$, intercorre la relazione di preferenza se $a \succsim a'$, non intercorre se non è $a \succsim a'$). Il preordinamento è completo (o totale) se, per ogni $a, a' \in A$, la relazione intercorre per la coppia (a, a') e/o per la coppia (a', a).

[5] Si ha questo comportamento se, a seguito delle relazioni di preferenza indicate, l'agente, che si trova nella situazione descritta dall'azione a, è disposto a pagare una certa somma per passare da a a a'' (essendo $a'' \succ a$) e a non chiedere nulla per passare da a'' a

tuttavia, ipotesi normalmente accolte nell'analisi economica della scelta individuale. Divengono, invece, oggetto dell'analisi nel caso della scelta sociale (cui è dedicato il Capitolo 8), ove l'incompletezza e/o l'intransitività del sistema di preferenza possono essere il risultato del meccanismo mediante il quale si perviene alla scelta sociale. Ad esempio, il voto a maggioranza qualificata può condurre all'incompletezza e quello a maggioranza semplice all'intransitività del sistema di preferenza sociale.[6]

La Definizione 2.1 di regolarità può anche essere introdotta, in modo del tutto equivalente, usando le relazioni di preferenza forte $\succ$ e di indifferenza $\sim$. Si ha che il sistema di preferenza $\langle A, \succsim\rangle$ è regolare (o razionale) se

1) sussiste una ed una soltanto delle tre relazioni $a \succ a'$, $a' \succ a$, $a \sim a'$ per ogni coppia $a, a' \in A$ (*completezza*);

2) $a \sim a''$ per ogni terna $a, a', a'' \in A$ con $a \sim a'$ e $a' \sim a''$; e $a \succ a''$ per ogni terna $a, a', a'' \in A$ con $a \succsim a'$, $a' \succsim a''$ e $a \succ a'$ e/o $a' \succ a''$ (*transitività*).

Queste due condizioni implicano anche la *riflessività* della relazione di indifferenza, cioè, $a \sim a$ per ogni $a \in A$, e la *irriflessività della relazione di stretta preferenza*, cioè, $a \not\succ a$ per ogni $a \in A$.

La funzione di utilità. Il sistema di preferenza $\langle A, \succsim\rangle$ è rappresentabile con una funzione di utilità se è possibile associare ad ogni azione un numero reale in modo che se un'azione è preferita ad un'altra, allora corrisponde ad essa un numero più grande che all'altra, se cioè esiste una $u: A \to \mathbb{R}$ tale che $u(a) \geq u(a')$ se e solo se $a \succsim a'$. Ne consegue che $u(a) > u(a')$ se e solo se $a \succ a'$ e $u(a) = u(a')$ se e solo se $a \sim a'$.

Si noti che se esiste una funzione di utilità per $\langle A, \succsim\rangle$, allora ne esistono infinite altre: ogni trasformazione monotona crescente di u è una

---

a' (essendo $a' \succsim a''$) e da a' a a (essendo $a \succsim a'$), finendo così per ritrovarsi con l'azione a di partenza e con una minore somma di denaro.

[6] Sia una società composta da tre soggetti e sia richiesto il voto all'unanimità per stabilire la preferenza sociale. Allora, per due azioni alternative a e a' per le quali due agenti votano a favore di a e un agente a favore di a' non risulta esistere una relazione di preferenza sociale: il sistema di preferenza sociale è, perciò, incompleto. Sia richiesto il voto a maggioranza semplice e vi siano tre azioni alternative a, a' e a''. Il primo agente voti a favore di a quando questa azione è posta in confronto con l'azione a', a favore di a' quando a' è posta in confronto con a'' e a favore di a quando a è posta in confronto con a'', perciò in accordo con il suo sistema regolare di preferenza $a \succ_1 a' \succ_1 a''$, mentre il secondo e il terzo agente votino, rispettivamente, in accordo con i loro sistemi regolari di preferenza $a' \succ_2 a'' \succ_2 a$ e $a'' \succ_3 a \succ_3 a'$. Allora, quando l'azione a è posta in confronto con l'azione a', l'azione a riceve due voti e risulta, perciò, la relazione di preferenza sociale $a \succ a'$. Quando l'azione a' è posta in confronto con a'', l'azione a' riceve due voti, per cui $a' \succ a''$. Quando, infine, l'azione a è posta in confronto con a'', l'azione a'' riceve due voti e si ha $a'' \succ a$. Conseguentemente, il sistema di preferenza sociale richiede $a \succ a' \succ a'' \succ a$: è, quindi, intransitivo.

funzione di utilità che rappresenta lo stesso sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$. Ossia, se $u(a)$ è una funzione di utilità per $\langle A, \succsim \rangle$ e f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una qualsiasi funzione monotona crescente, allora anche $v(a) = f(u(a))$ è una funzione di utilità per $\langle A, \succsim \rangle$. Per questa ragione l'*utilità* è *ordinale*: conta soltanto il segno della differenza $u(a) - u(a')$ e questo ci indica se l'azione a è preferita oppure no all'azione a'. Si noti che il segno della differenza $u(a) - u(a')$ è invariante rispetto a trasformazioni monotone crescenti di u, ossia il segno di $u(a) - u(a')$ è uguale al segno di $v(a) - v(a')$ per ogni coppia $a, a' \in A$ ogniqualvolta $v(a) = f(u(a))$ con f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funzione monotona crescente.

Si ha, invece, bisogno di un'*utilità cardinale* quando si desidera rappresentare con essa proprietà che non sono invarianti rispetto a trasformazioni monotone crescenti della utilità. Ad esempio, se si desidera rappresentare l'intensità della preferenza e si prende in considerazione a questo scopo la differenza $u(a) - u(a')$ per misurare quanto l'azione a è ritenuta migliore dell'azione a' dall'agente in esame, allora l'utilità in considerazione risulta dover essere cardinale, poiché il valore della differenza $u(a) - u(a')$ non è invariante rispetto a trasformazioni monotone crescenti. Con $v = f(u)$, si ha $v(a) - v(a') = f(u(a)) - f(u(a'))$, perciò con il valore di $v(a) - v(a')$ generalmente diverso da quello di $u(a) - u(a')$: se è, ad esempio, $v = 2u$, si ha $v(a) - v(a') \neq u(a) - u(a')$ per ogni coppia $a, a' \in A$ tranne che nel caso banale in cui $u(a) = u(a')$.

La scelta come massimizzazione dell'utilità. La funzione di utilità è una rappresentazione analiticamente molto comoda delle preferenze, poiché consente di trasformare la scelta fra le azioni possibili in un problema di massimizzazione: l'insieme di scelta è composto dalle azioni che hanno utilità massima nell'insieme delle azioni possibili. In altri termini, l'intenzionalità dell'agente è descritta assegnando all'agente l'obiettivo della massima utilità possibile. L'introduzione della nozione della utilità in economia è avvenuta sostanzialmente per questa ragione: Gossen, Jevons, Menger, Walras e Marshall introdussero come nozione primitiva l'utilità (cardinale) dei beni di consumo e dedussero dalla sua massimizzazione sotto il vincolo di bilancio la scelta di consumo, che richiede l'uguaglianza tra il prezzo del bene e l'utilità marginale (che è una nozione cardinale). (Questa analisi sarà discussa nel seguito, trattando la scelta di consumo).

Utilità e sistema regolare di preferenza. Vi è uno stretto legame tra l'utilità (ordinale) e la regolarità del sistema di preferenza. Infatti, vale la proposizione seguente secondo cui un sistema di preferenza può essere rappresentato da una funzione di utilità solo se è regolare.

Proposizione 2.1 Esiste una funzione di utilità u: $A \to \mathbb{R}$ che rappresenta $\langle A, \succsim \rangle$ solo se $\langle A, \succsim \rangle$ è regolare (cioè, completo e transitivo) o, equivalentemente, $\langle A, \succsim \rangle$ è regolare se è rappresentabile con una funzione di utilità su A.

Dimostrazione. Da un lato, l'esistenza di $u(a)$ per ogni $a \in A$ implica la completezza del sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ e, dall'altro lato, la transitività della relazione $\geq$, "maggiore o uguale", sulle coppie di numeri reali (si ricordi che $u(a) \in \mathbb{R}$) implica la transitività della relazione di preferenza $\succsim$ sulle coppie di azioni in A. □

La Proposizione 2.1 dice che la regolarità del sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ è necessaria perché esista una funzione di utilità. Però, la regolarità non è, da sola, sufficiente, ossia, perché la funzione di utilità esista occorre che il sistema di preferenza soddisfi qualche altra condizione oltre la regolarità. La condizione aggiuntiva per la sufficienza è relativamente debole. Ad esempio, per l'esistenza di u è sufficiente che $\langle A, \succsim \rangle$ sia regolare e A sia finito (composto, cioè, da un numero finito di azioni) oppure $A \subseteq \mathbb{R}$. Se A non è cosiffatto, come accade nella teoria corrente della scelta di consumo, allora occorre introdurre qualche altra condizione su $\langle A, \succsim \rangle$. (Ad esempio, nella scelta di consumo, esaminata nel Capitolo 3, ogni azione è un paniere di beni di consumo ed è, perciò, rappresentata da un vettore. Ogni elemento di questo indica la quantità di un bene. Se vi sono $k \geq 2$ beni di consumo, si ha un insieme $A \subseteq \mathbb{R}^k$, che non è generalmente finito. Allora, il sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ ammette una funzione di utilità esiste se è, oltre che regolare, anche continuo, ove "continuo" significa che gli insiemi $\{a' \in A \colon a' \succsim a\}$ e $\{a' \in A \colon a \succsim a'\}$ sono chiusi per ogni $a \in A$).

2.3 Il criterio di scelta

Con il secondo approccio (introdotto verso la fine del Paragrafo 2.1) il sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ viene dedotto dalle scelte. In altri termini, si immagina di osservare le scelte e si cerca di indurre da queste un sistema di preferenza. Ovviamente, perché questo esista e possa essere individuato occorre che le scelte soddisfino certe condizioni. Tuttavia, prima di cercare il sistema di preferenza che razionalizza un criterio di scelta, occorre specificare cosa è un criterio di scelta e introdurre qualche definizione.

Possa l'agente scegliere un'azione entro un certo insieme B di azioni possibili. E' logicamente individuabile un sottoinsieme $S(B)$, denominato insieme di scelta, di questo insieme B, nel modo seguente. Si immagini di proporre all'agente un'azione $a \in B$. Se l'agente accetta questa azione, allora a è una scelta, cioè, $a \in S(B)$; se l'agente non l'accetta, allora $a \notin S(B)$. La proposta può riguardare una qualsiasi azione $a \in B$ e, quindi, per ogni $a \in B$ si ha $a \in S(B)$ o $a \notin S(B)$ a seconda che l'agente accetti o no a nel caso gli venga proposta. L'insieme di tutte le azioni $a \in S(B)$ è l'insieme di scelta $S(B)$. Si considerino, per lo stesso agente, diverse situazioni, ad ognuna delle quali corrispondono un diverso insieme B di azioni possibili e, come indicato, un insieme di scelta $S(B)$. In simboli, si indichi con B l'insieme delle azioni possibili in una certa situazione e con $\mathcal{B}$ l'insieme di tali insiemi, ottenuto considerando le diverse situazioni. Quindi, gli elementi di $\mathcal{B}$ sono insiemi B di azioni possibili, cioè, $B \in \mathcal{B}$, e, in generale, $\mathcal{B}$ è composto da diversi elementi. *Il criterio di scelta è la relazione* (osservabile, almeno logicamente) *che associa un insieme di scelta $S(B)$ ad ogni insieme B di azioni possibili*. Il criterio di scelta è, allora, una corrispondenza S: $\mathcal{B} \to A$, che associa ad ogni elemento di $\mathcal{B}$ (cioè, ad ogni B) l'insieme di scelta $S(B)$, con $S(B) \subseteq B$ non vuoto. (I criteri di scelta che soddisfano quest'ultima condizione, cioè $S(B) \neq \varnothing$, vengono talvolta indicati come *criteri di scelta decisivi*). Il criterio di scelta può essere indicato con $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ e l'insieme delle azioni A può essere specificato come l'unione di tutti gli insiemi B appartenenti a $\mathcal{B}$, cioè, $A = \cup_{B \in \mathcal{B}} B$.

La razionalizzabilità del criterio di scelta. Il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ è razionalizzato dal sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ se ogni azione appartenente all'insieme di scelta è almeno altrettanto buona, secondo il sistema di preferenza, di ogni altra azione possibile ed è preferita ad ogni altra azione possibile non appartenente all'insieme di scelta. Si introduce, cioè, la definizione seguente.

Definizione 2.2 Un sistema di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$ razionalizza il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ per $A = \cup_{B \in \mathcal{B}} B$ se è $a \succsim a'$ per ogni coppia a, a' con $a \in S(B)$ e $a' \in B$ ed è $a \succ a'$ per ogni coppia a, a' con $a \in S(B)$ e $a' \notin S(B)$. Un criterio di scelta si dice *razionalizzabile* se esiste un sistema di preferenza che lo razionalizza.

Non è vero, in generale, che un criterio di scelta sia razionalizzabile. Sia, ad esempio, $\mathcal{B} = \{B, B'\}$, con $B = \{a, a'\}$ e $B' = \{a, a', a''\}$. Sia $S(B) = \{a\}$ e $S(B') = \{a'\}$. Questo criterio di scelta non è razionalizzabile perché si dovrebbe avere simultaneamente $a \succ a'$ (poiché $a \in S(B)$ e $a' \notin S(B)$) e $a' \succ a$ (poiché $a' \in S(B')$ e $a \notin S(B')$), oltre che $a' \succ a''$ (poiché $a' \in S(B')$ e $a'' \notin S(B')$).

La preferenza rivelata. Perché un criterio di scelta sia razionalizzabile con un sistema di preferenza occorre che il *criterio di scelta* sia *coerente*, sia cioè tale da generare insiemi di scelta (negli insiemi delle azioni possibili) tra loro collegati da una relazione. La coerenza rilevante a questo proposito è quella nota come *assioma debole delle preferenze rivelate* (*WARP*). Le definizioni seguenti introducono la nozione di "preferenza rivelata" (secondo cui se l'azione a viene scelta quando anche l'azione a' è possibile, allora l'azione a si rivela preferita a a') e l'assioma debole delle preferenze rivelate.

Definizione 2.3 Un'azione a *si rivela,* secondo il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$, *debolmente preferita* all'azione a', e si indica questa relazione con $a \succsim^* a'$, se esiste un $B \in \mathcal{B}$ tale che $a, a' \in B$ e $a \in S(B)$; l'azione a *si rivela preferita,* cioè, $a \succ^* a'$, se è, inoltre, $a' \notin S(B)$.

Definizione 2.4 Un criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ soddisfa l'*assioma debole delle preferenze rivelate* se le condizioni $B, B' \in \mathcal{B}$, $a, a' \in B \cap B'$, $a \in S(B)$ e $a' \in S(B')$ implicano $a' \in S(B)$ e $a \in S(B')$.

L'assioma debole delle preferenze rivelate implica che se un'azione si è rivelata debolmente preferita ad un'altra azione in una certa situazione, allora, in nessuna situazione può la seconda azione rivelarsi preferita alla prima. In simboli, $a \succsim^* a'$ (cioè, esiste un $B \in \mathcal{B}$ con $a \in S(B)$ e $a' \in B$) implica $a' \not\succ^* a$ (cioè, non esiste un $B' \in \mathcal{B}$ tale che $a' \in S(B')$, $a \in B'$ e $a \notin S(B')$).

La proposizione seguente dimostra come l'assioma debole delle preferenze rivelate sia condizione necessaria perché un criterio di scelta sia razionalizzabile con un sistema di preferenza.

Proposizione 2.2 Un criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ è razionalizzabile solo se soddisfa l'assioma debole delle preferenze rivelate.

Dimostrazione. Sia $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ razionalizzato da $\langle A, \succsim\rangle$, ove $A = \cup_{B\in\mathcal{B}} B$, e siano a, a', B, B' tali che $B, B' \in \mathcal{B}$, $a, a' \in B \cap B'$, $a \in S(B)$ e $a' \in S(B')$. Si deve dimostrare che $a' \in S(B)$ e $a \in S(B')$. Poiché $\langle A, \succsim\rangle$ razionalizza $\langle \mathcal{B}, S\rangle$, le relazioni $a \in S(B)$ e $a' \in B$ implicano $a \succsim a'$, con $a \succ a'$ se $a' \notin S(B)$, e le relazioni $a' \in S(B')$ e $a \in B'$ implicano $a' \succsim a$, con $a' \succ a$ se $a \notin S(B')$. Risulta, quindi, $a \sim a'$, $a' \in S(B)$ e $a \in S(B')$. □

L'assioma debole delle preferenze rivelate non è soltanto condizione necessaria per la razionalizzabilità del criterio di scelta, è anche condizione sufficiente. Infatti, se $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ soddisfa l'assioma debole delle preferenze rivelate, allora il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ può essere razionalizzato con il sistema di preferenza $\langle A, \succsim^*\rangle$, ove $A = \cup_{B\in\mathcal{B}} B$ e $\succsim^*$ è la relazione di preferenza rivelata.

Non è, tuttavia, sempre vero che il sistema di preferenza rivelata $\langle A, \succsim^*\rangle$ sia regolare: può accadere che non sia né completo, né transitivo. Vengono, qui di seguito, indicati tre esempi: nel primo $\langle A, \succsim^*\rangle$ è transitivo, ma non è completo; nel secondo è completo, ma non è transitivo; nel terzo non è né completo, né transitivo.

a) Sia, nel primo esempio, $\mathcal{B} = \{B, B', B''\}$, $B = \{a, a'\}$ con $S(B) = \{a\}$, $B' = \{a', a''\}$ con $S(B') = \{a'\}$, e $B'' = \{a, a'', a'''\}$ con $S(B'') = \{a\}$. Si vede subito che l'assioma debole delle preferenze rivelate è soddisfatto e che risultano le relazioni $a \succ^* a'$, $a' \succ^* a''$, $a \succ^* a''$ e $a \succ^* a'''$, per cui il sistema di preferenza è transitivo ma incompleto.

b) Il secondo esempio differisce dal primo perché $B'' = \{a, a''\}$ ed è $S(B'') = \{a''\}$: si ha, allora, $A = \{a, a', a''\}$ con $a \succ^* a'$, $a' \succ^* a''$ e $a'' \succ^* a$, che è un sistema di preferenza completo ma non transitivo.

c) Il terzo esempio differisce dal primo solo perché $S(B'') = \{a'''\}$: si hanno, allora, le relazioni $a \succ^* a'$, $a' \succ^* a''$, $a''' \succ^* a$ e $a''' \succ^* a''$, senza perciò che vengano rivelate le relazioni di preferenza tra a e a'' e tra a' e a''' (come avrebbe richiesto la completezza) e senza che $a \succ^* a''$ (come avrebbe richiesto la transitività visto che $a \succ^* a'$ e $a' \succ^* a''$). (Si noti come in quest'ultimo esempio $\langle A, \succsim^* \rangle$ risulti non transitivo perché incompleto: esso può essere completato risultando un sistema transitivo. Invece, nel secondo esempio, $\langle A, \succsim^* \rangle$ è intrinsecamente non transitivo).

Però, se il sistema di preferenza $\langle A, \succsim^* \rangle$ è regolare (cioè, completo e transitivo), allora esso è anche l'unico sistema di preferenza che razionalizza il criterio di scelta, come indicato dalla proposizione seguente.

Proposizione 2.3 Se al criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ è associato un sistema regolare di preferenza rivelata $\langle A, \succsim^* \rangle$, allora $\langle A, \succsim^* \rangle$ *è l'unico sistema di preferenza che razionalizza* $\langle \mathcal{B}, S \rangle$.

Dimostrazione: Si dimostra l'asserto equivalente secondo il quale se $\langle A, \succsim^* \rangle$ è regolare e razionalizza $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ e $\langle A, \succsim' \rangle$ è diverso da $\langle A, \succsim^* \rangle$, allora $\langle A, \succsim' \rangle$ non razionalizza $\langle \mathcal{B}, S \rangle$. Essendo $\langle A, \succsim^* \rangle$ e $\langle A, \succsim' \rangle$ diversi tra loro, vi è almeno una coppia di azioni $a, a' \in A$ per le quali i due sistemi indicano una relazione di preferenza diversa, ad esempio $a \succsim^* a'$ e $a' \succ' a$, oppure $a \succsim^* a'$ e nessuna relazione tra a e a' in $\langle A, \succsim' \rangle$. Ma, allora, essendo $\langle A, \succsim^* \rangle$ completo, vi è in $\mathcal{B}$ almeno un B con $a, a' \in B$ e con $a \in S(B)$ (poiché $a \succsim^* a'$) per cui, secondo la Definizione 2.2, $\langle A, \succsim' \rangle$ non razionalizza $\langle \mathcal{B}, S \rangle$. □

Come dovrebbe essere evidente, il problema più importante è quello non ancora esaminato: cosa occorra perché al criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ risulti associato un sistema regolare di preferenza $\langle A, \succsim \rangle$. Si è già visto, con la Proposizione 2.2 che l'assioma debole delle preferenze rivelate è condizione necessaria, che se $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ soddisfa l'assioma debole delle preferenze rivelata allora il sistema di preferenza $\langle A, \succsim^* \rangle$ razionalizza $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ e, con la Proposizione 2.3, che se $\langle A, \succsim^* \rangle$ è regolare allora è l'unico sistema di preferenza che razionalizza $\langle \mathcal{B}, S \rangle$. Si è, però, anche visto (con tre esempi indicati dopo la Proposizione 2.2) che l'assioma debole delle preferenze rivelate non è condizione sufficiente perché $\langle A, \succsim^* \rangle$ risulti un sistema regolare di preferenza.

La condizione che assicura la razionalizzabilità del criterio di scelta è un rafforzamento dell'assioma debole della preferenze rivelate.[7] Questo rafforzamento è

[7] Vi sono altri possibili rafforzamenti dell'assioma debole delle preferenze rivelate che implicano la regolarità del sistema di preferenza rivelata. Sono, però, meno rilevanti, per l'analisi economica, dell'assioma generalizzato delle preferenze rivelate indicato nel testo. Uno di questi altri rafforzamenti è contenuto nella proposizione seguente (dovuta a Arrow, 1959), che impone all'insieme $\mathcal{B}$ di essere sufficientemente ampio.

Se il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S \rangle$ soddisfa l'assioma debole delle preferenze rivelate e $\mathcal{B}$ contiene tutti gli insiemi delle azioni possibili B composti di due o tre azioni, allora il sistema di preferenza rivelata $\langle A, \succsim^* \rangle$ è regolare.

Questa proposizione può essere dimostrata nel modo seguente. Poiché $\mathcal{B}$ contiene tutti gli insiemi B composti di due azioni, allora per ogni coppia di azioni $a, a' \in A$, ove $A = \cup_{B \in \mathcal{B}} B$, si ha $\{a, a'\} \in \mathcal{B}$ e il criterio di scelta rivela, con riferimento all'insieme $B = \{a, a'\}$, la preferenza tra le due azioni (cioè, $a \succsim^* a'$ se $a \in S(B)$ e $a' \succsim^* a$ se $a' \in S(B)$), per cui $\langle A, \succsim^* \rangle$ è completo. Poiché $\mathcal{B}$ contiene anche tutti gli insiemi B composti di tre azioni (oltre quelli composti di due azioni), allora per ogni terna $a, a', a'' \in A$, con $a \succsim^* a'$ e $a' \succsim^* a''$, si ha $a \in S(B)$, ove $B = \{a, a'\}$, e $a' \in S(B')$, ove $B' = \{a', a''\}$, e vi è in $\mathcal{B}$ l'insieme $B'' = \{a, a', a''\}$. L'assioma debole delle preferenze rivelate richiede che sia $a \in S(B'')$. Infatti, almeno una delle tre azioni a, a', a'' deve appartenere a $S(B'')$, essendo $S(B'') \neq \emptyset$ per definizione. Se $a' \in S(B'')$, allora, per l'assioma debole delle preferenze rivelate, deve anche essere $a \in S(B'')$; se $a'' \in S(B'')$, allora, per l'assioma debole delle l'*assioma generalizzato delle preferenze rivelate* (*GARP*), originariamente introdotto da Ville (1946) e Houthakker (1950), come *assioma forte delle preferenze rivelate* (*SARP*), per il caso in cui il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ è una funzione $S\colon \mathcal{B} \to A$ (associa, cioè, ad ogni elemento B di $\mathcal{B}$ un insieme di scelta $S(B)$ composto da una e una sola azione). Il *GARP*, invece, si applica anche al caso più generale, qui trattato, in cui il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ è una corrispondenza. Le due definizioni seguenti introducono rispettivamente la preferenza rivelata indiretta e l'assioma generalizzato delle preferenze rivelate.

Definizione 2.5 Un'azione a^1 *si rivela*, secondo il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$, *indirettamente debolmente preferita* all'azione a^n, e si indica questa relazione con $a^1 \succsim^{**} a^n$, se esiste una successione finita di azioni $a^1, a^2,\ldots, a^n$ tale che $a^i \succsim^{*} a^{i+1}$ per ogni $i = 1,\ldots, n-1$ (cioè, l'azione a^i si rivela debolmente preferita ad a^{i+1} secondo la Definizione 2.3); l'azione a^1 *si rivela indirettamente preferita* all'azione a^n, e si indica questa relazione con $a^1 \succ^{**} a^n$, se è, inoltre, $a^i \succ^{*} a^{i+1}$ per almeno un $i = 1,\ldots, n-1$.

Si noti che se è $a \succsim^{*} a'$, allora è anche $a \succsim^{**} a'$, mentre la relazione indiretta non implica quella diretta (ovvero, se è $a \succsim^{**} a'$, allora non necessariamente è $a \succsim^{*} a'$). Lo stesso accade per le relazioni $\succ^{*}$ e $\succ^{**}$.

Definizione 2.6 Un criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ soddisfa l'*assioma generalizzato delle preferenze rivelate* se le condizioni $a \succsim^{**} a'$ e $a, a' \in B$, ove $B \in \mathcal{B}$, implicano $a \in S(B)$.

In altri termini, l'assioma generalizzato delle preferenze rivelate dice che se l'azione a si è rivelata indirettamente debolmente preferita all'azione a', allora in nessuna situazione l'azione a' può rivelarsi preferita ad a.

La proposizione seguente, di cui viene omessa la dimostrazione (è dovuta a Richter, 1966, ed è anche di Richter, 1971, una presentazione generale del problema della razionalizzabilità del criterio di scelta e della sua rappresentazione con una funzione di utilità), stabilisce la condizione necessaria e sufficiente perché un criterio di scelta sia razionalizzabile con un sistema di preferenza regolare.

Proposizione 2.4 Un criterio (decisivo) di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ è razionalizzabile con un sistema regolare di preferenza se e solo se soddisfa l'assioma generalizzato delle preferenze rivelate.

In particolare, il sistema di preferenza $\langle A, \succsim^{**}\rangle$, ove $A = \cup_{B\in\mathcal{B}} B$ e $\succsim^{**}$ è la relazione di preferenza rivelata indirettamente, è riflessivo e transitivo. Allora, se è anche completo, $\langle A, \succsim^{**}\rangle$ è l'unico sistema regolare di preferenza che razionalizza il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$ (è l'unico per ragioni analoghe a quelle indicate nella dimostrazione della Proposizione 2.3). Se $\langle A, \succsim^{**}\rangle$ è incompleto, la Proposizione 2.4 afferma che esiste un suo completamento (ve ne può essere più d'uno) che forma un sistema regolare di preferenza che razionalizza il criterio di scelta $\langle \mathcal{B}, S\rangle$.

2.4 L'assioma debole delle preferenze rivelate come relazione empirica

---

preferenze rivelate, deve anche essere $a' \in S(B'')$ e, quindi, $a \in S(B'')$. La relazione $a \in S(B'')$ implica che $a \succsim^{*} a''$, cioè, che il sistema di preferenza $\langle A, \succsim^{*}\rangle$ è transitivo.

Purtroppo, l'ipotesi che $\mathcal{B}$ contenga tutti gli insiemi delle scelte possibili con due o tre azioni non sempre è soddisfatta e vi sono casi rilevanti nell'analisi economica, ad esempio nell'analisi della scelta di consumo, in cui non è soddisfatta.

L'assioma debole delle preferenze rivelate introduce una relazione che può essere oggetto di verifica/falsificazione empirica: con la ricerca empirica si possono trovare conferme/confutazioni all'ipotesi che gli agenti economici scelgano razionalmente, ossia che le loro scelte possano essere interpretate per mezzo di un sistema di preferenza. Si può prendere in esame un agente, osservare la scelta eseguita fra le azioni possibili in una data situazione, mutare la situazione lasciando che questa includa l'azione scelta nella prima situazione ed altre azioni allora possibili e osservare se, nella nuova situazione, viene scelta una di queste escludendo dall'insieme di scelta l'azione scelta nella prima situazione. Se ciò dovesse accadere, si potrebbe affermare che l'assioma debole delle preferenze rivelate è stato confutato e che non vi può essere, per la Proposizione 2.2, alcun sistema di preferenza che razionalizzi le scelte dell'agente in esame? La risposta è affermativa solo a determinate condizioni.

Le condizioni sono abbastanza ovvie: occorre che l'agente segua il medesimo criterio di scelta nelle due situazioni (in particolare, la scelta nella prima situazione non deve produrre informazioni che inducano modificazioni del criterio di scelta) e che le azioni che falsificano l'assioma siano le stesse nelle due situazioni (vengano, cioè, percepite come tali dall'agente)[8]. Queste condizioni, tuttavia, non sono facilmente accertabili, anzi, talvolta, sono escluse dal contesto stesso della scelta.

L'esempio offerto dalla storia seguente può essere utile. "Nella lista di un ristorante sono offerti il menu *Delizioso* e il menu *Grande Tradizione* allo stesso prezzo. Tizio ordina il menu *Delizioso*. Qualche tempo dopo Tizio capita nello stesso ristorante e trova la stessa lista. Il cameriere, che si ricorda di Tizio e della sua scelta, gli chiede se la volta precedente ha gradito il menu *Delizioso* e se desidera riordinarlo. Tizio risponde che, pur avendolo gradito (peraltro, così come si aspettava), non ha alcuna intenzione di riordinarlo e ordina il menu *Grande Tradizione*." Ora, la scelta di Tizio sembra in disaccordo con l'assioma debole delle preferenze rivelate: indicando con a l'azione "ordino il menu *Delizioso*", con a' l'azione "ordino il menu *Grande Tradizione*", con B l'insieme delle azioni possibili la prima volta, si ha $a, a' \in B$ e $a \in S(B)$, e, indicando con B' l'insieme delle azioni possibili la seconda volta, sembra che si abbia $a, a' \in B'$ e $a \notin S(B')$, in contrasto con l'assioma debole delle preferenze rivelate. Eppure, la scelta di Tizio è ragionevole anche se l'esecuzione della scelta eseguita la prima volta e altri fattori non hanno modificato in alcun modo le sue preferenze. I menu *Delizioso* e *Grande Tradizione*, pur essendo uguali a quelli offerti la prima volta e pur essendo così percepiti da Tizio, non individuano le stesse azioni la prima e la seconda volta. Tizio la seconda volta si ricorda che la prima volta ha ordinato il menu *Delizioso* e sceglie, amando la varietà, l'altro menu. (Né sarebbe stata diversa la scelta se la prima volta Tizio avesse dovuto indicare anche quale menu avrebbe voluto se fosse capitato nuovamente in quel ristorante)[9]. Nella descrizione del problema della scelta

---

[8] Tuttavia, si ritiene talvolta in contrasto con la razionalità della scelta quello che è un errore di percezione dell'agente (dovuto, ad esempio, alla formulazione con cui vengono presentate le azioni possibili, ossia al *framing*). Un agente che possa scegliere fra il bicchiere a mezzo pieno e il bicchiere a' mezzo vuoto e che scelga il primo rifiutando il secondo sarebbe irrazionale (nel senso che la sua scelta non può essere razionalizzata con un sistema di preferenza) se ritenesse il bicchiere a uguale a quello a' (a parte il nome), poiché violerebbe la riflessività della relazione di preferenza $\succsim$. Non però se li percepisce, a seguito della descrizione fuorviante, come cose diverse. Nella analisi economica della scelta, *due azioni sono diverse se e solo se sono percepite diverse* dall'agente in esame.

[9] Non è tuttavia necessario che Tizio scelga una successione di azioni perché dimostri amore per la varietà. Tizio, ad esempio, avrebbe potuto non programmare quella successione di menu perché escludeva di poter capitare nuovamente in quel ristorante (cioè, esservi capitato di nuovo è stata una sorpresa). Oppure, potrebbe essere che la prima azione non sia stata oggetto di scelta, mentre lo è la seconda e la scelta di questa potrebbe dipendere dall'esistenza della prima. Modificando un po' la storia raccontata nel testo,

di Tizio l'azione "ordino il menu *Delizioso* avendo ordinato lo stesso menu la prima volta" è diversa dall'azione "ordino il menu *Delizioso*" (che era fra le azioni possibili solo la prima volta), così come l'azione "ordino il menu *Grande Tradizione* avendo ordinato la prima volta il menu *Delizioso*" è diversa dall'azione possibile la prima volta "ordino il menu *Grande Tradizione*" Esse, perciò, devono essere indicate con simboli diversi da a e a' , ad esempio, con a'' e a''' . Allora, la seconda volta si ha $a'', a''' \in B'$, $a''' \in S(B')$ e $a'' \notin S(B')$, senza che nessun contrasto sorga con l'assioma debole delle preferenze rivelate. Con questa descrizione del problema di scelta, che tiene conto della *possibile preferenza dell'agente per la varietà*, la possibilità di una scelta in contrasto con l'assioma debole delle preferenze rivelate è esclusa *a priori* (l'azione scelta la prima volta non rientra fra le azioni possibili la seconda volta e quella scelta la seconda volta non rientra fra le azioni possibili la prima volta).

In altri termini, l'assioma debole delle preferenze rivelate, così come tutta la teoria economica della scelta, compara, nella sua logica, scelte alternative invece che successive. Ossia, confronta la scelta sull'insieme delle azioni possibili B con la scelta sull'insieme B' (con B' al posto di B), *ceteris paribus*. Invece, in molti casi (ed è necessariamente così se si osservano scelte effettive anziché potenziali) vengono confrontate scelte successive, come nell'esempio suesposto, in cui basta l'esecuzione di una azione per impedire che quella stessa azione possa essere riproposta. Questo, ovviamente, limita la falsificabilità empirica dell'assioma debole delle preferenze rivelate e, quindi, quella della teoria della scelta razionale.[10]

---

supponiamo che sia stato offerto a Caio la prima volta il menu *Delizioso*, senza che Caio potesse effettuare alcuna scelta, e che la seconda volta Caio scelga *Grande Tradizione*. Quindi, in questo caso, la scelta di Caio riguarda un'unica azione. Si può indurre da questa scelta che Caio preferisca il menu *Grande Tradizione* al menu *Delizioso*, però subordinatamente all'aver ricevuto la prima volta il menu *Delizioso*. Se gli fosse stato dato inizialmente il menu *Grande Tradizione*, avrebbe potuto scegliere il menu *Delizioso*. Entrambe le scelte sarebbero razionalizzabili con uno stesso sistema di preferenza (che riguarda la scelta di una sola azione) se le azioni venissero definite anche in relazione ad eventi del passato, per cui l'azione "ordino il menu *Grande Tradizione* avendo ricevuto la prima volta il menu *Delizioso*" è diversa dall'azione "ordino il menu *Grande Tradizione* avendo ricevuto la prima volta il menu *Grande Tradizione*". In altri termini, *l'amore per la varietà può esistere anche nel caso in cui non vi è una scelta intertemporale* (cioè, la scelta di una successione di azioni) *e nel caso in cui non vi è una successione di scelte* (come è nella storia di Caio). Se la scelta riguarda un'unica azione, l'amore per la varietà si manifesta necessariamente con questa scelta, che ha per oggetto azioni la cui descrizione include, se si è interessati a rilevare l'amore per la varietà, eventi antecedenti.

[10] Peraltro, se la successione di azioni eseguite dall'agente viene interpretata come una scelta intertemporale, allora, essendovi un'unica scelta, la falsificabilità empirica dell'assioma debole delle preferenze rivelate (che richiede almeno due scelte) è esclusa *a priori*.