1 La domanda di moneta

Esercizio 1.4

(a) Keynes elenca tre motivi per detenere moneta:

- Scopo transattivo
- Scopo precauzionale
- Scopo speculativo

Il modello di domanda di moneta a scopo speculativo di Keynes considera la scelta dell'individuo che desidera allocare la propria ricchezza finanziaria tra moneta e titoli obbligazionari. La scelta viene effettuata sulla base del rendimento relativo atteso.

Assumiamo che la moneta abbia rendimento nullo. Il rendimento del titolo dipende invece dalla cedola annuale, c, dal tasso di interesse oggi, i, dal tasso di interesse atteso, i^e, e dal prezzo del titolo oggi, V.

Il prezzo di un titolo che paga cedola c è pari al valore scontato del flusso di interessi cui il titolo dà diritto:

$$V = \frac{c}{1+i} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + ...$$

Il prezzo del titolo può essere riscritto come:

$$V = \frac{c}{1+i}\left(1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + ..\right)$$

Il termine in parentesi è una serie geometrica di ragione $\frac{1}{(1+i)}$ e può essere riscritto come:

$$V = \frac{c}{1+i}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+i}\right)^n$$

Una serie geometrica di ragione inferiore a 1 può essere risolta come:

$$\begin{aligned} V &= \frac{c}{1+i}\left[\frac{1}{1-\frac{1}{1+i}}\right] \qquad (1) \\ V &= \frac{c}{i} \end{aligned}$$

Calcoliamo ora il rendimento atteso dell'investimento in titoli. Il rendimento atteso è pari al rapporto tra il valore atteso finale dell'investimento e il valore iniziale dell'investimento stesso:

$$R = \frac{c + V^e - V}{V}$$

Sostituendo $V = \frac{c}{i}$ nel rendimento, abbiamo:

$$R = \frac{c + \frac{c}{i^e} - \frac{c}{i}}{\frac{c}{i}}$$

che possiamo riscrivere come:

$$R = \frac{(1 + i^e)i}{i^e} - 1$$

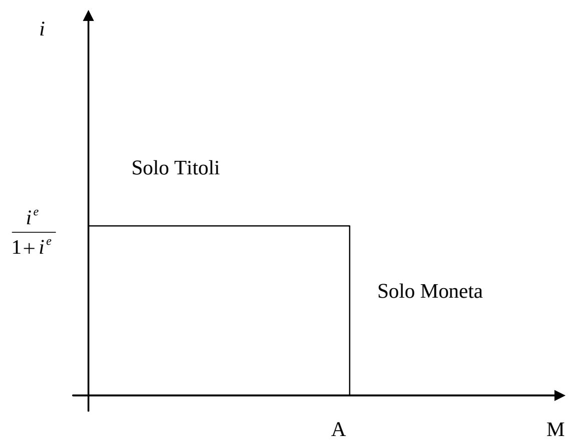
La decisione di allocazione della ricchezza finanziaria tra moneta e titoli obbligazionari si basa sul confronto tra il rendimento atteso dell'investimento in titoli e il rendimento nullo della moneta.

- Se $R > 0$, il rendimento atteso dell'investimento in titoli è maggiore del rendimento nullo della moneta. Quindi, l'investitore investe tutta la ricchezza finanziaria in titoli obbligazionari.

$$\begin{aligned} R &= \frac{(1 + i^e)i}{i^e} - 1 > 0 \\ &\Rightarrow i > \frac{i^e}{(1 + i^e)} \end{aligned}$$

- Se $i > \frac{i^e}{(1+i^e)}$, l'investitore investirà la propria ricchezza in titoli.
- Se $R < 0$, il rendimento atteso dell'investimento in titoli è inferiore al rendimento nullo della moneta. Quindi, per $i < \frac{i^e}{(1+i^e)}$, l'investitore investirà la propria ricchezza finanziaria in moneta.

Possiamo rappresentare graficamente la scelta dell'investitore:



(b) Allocazione della ricchezza
Rendimento moneta = 0
Prezzo del titolo V = 120
Cedola, c = 6
Tasso di interesse atteso, $i^e = 8\%$
Prima di tutto, calcoliamo il tasso di interesse oggi e utilizziamo l'equazione (1).
Calcoliamo il tasso di interesse oggi:

$$\begin{aligned} V &= \frac{c}{i} \\ &\Rightarrow i = \frac{c}{V} \\ i &= \frac{6}{120} = 0.05 \end{aligned}$$

Calcoliamo ora il tasso soglia:

$$\text{Tasso soglia}=\frac{i^e}{1+i^e} = \frac{0.08}{1.08} = 7.4\%$$

Dobbiamo ora confrontare il tasso di interesse i con il tasso soglia:

$$\begin{aligned} & i = 5\% < 7.4\% \\ \Rightarrow \; & \text{L'investitore alloca tutta la ricchezza finanziaria in moneta} \end{aligned}$$

(c) Ricalcoliamo ora l'allocazione della ricchezza nel caso in cui il tasso futuro atteso sia pari a 0.051. Il nuovo tasso soglia sarà pari a :

$$\text{tasso soglia} = \frac{0.051}{1.051} = 4.8\%$$

In questo caso, poichè il tasso di interesse è maggiore del tasso soglia, l'investitore investirà tutta la ricchezza in titoli.
(d) L'affermazione è **falsa**.
La scelta che abbiamo analizzato finora, tra titoli e moneta, è la scelta che il singolo individuo affronta: il tasso di interese atteso che abbiamo considerato è il tasso di interesse atteso dal singolo investitore si aspetta.
Consideriamo ora la domanda aggregata di moneta. La domanda aggregata di moneta è data dalla somma delle domande di moneta dei singoli individui.
Assumiamo che gli individui abbiano aspettative diverse (aspettative eterogenee). In presenza di un tasso di interesse elevato, un maggior numero di persone si aspettano che, in futuro, il tasso di interesse, i^e, sarà più basso. Un tasso di interesse atteso più basso, i^e, data la relazione negativa esistente tra prezzo del titolo e tasso di interesse (equazione (1), implica un prezzo atteso del titolo più elevato,V^e. Se il valore atteso del titolo aumenta, il rendimento atteso

dell'investimento in titoli aumenta. Questo implica che un maggior numero di persone vorrà detenere titoli piuttosto che moneta. A livello aggregato, possiamo quindi definire una relazione negativa tra tasso di interesse e domanda di moneta, sotto l'ipotesi di *aspettative eterogenee.*

Esercizio 1.5

(a) Modello della domanda di moneta per investimento della ricchezza.

La funzione di utilità dell'investitore è:

$$U(E(i_A), \sigma_A^2) = E(i_A) - \sigma_A^2$$

$E(i_T) = 0.05$
$i_M = 0$
$\sigma_T^2 = 0.1$

Vogliamo calcolare α, la quota di ricchezza investita in titoli (per differenza, calcoleremo anche $(1-\alpha)$, la quota investita in moneta).

Il rendimento atteso di portafoglio è:

$$E(i_A) = \alpha E(i_T) + (1-\alpha)i_M \tag{2}$$

Mentre lo scarto quadratico medio è:

$$\sigma_A = \alpha \sigma_T \tag{3}$$

Sostituiamo il rendimento atteso (inserendo l'equazione (2) e lo scarto quadratico medio (inserendo l'equazione (**??**) nella funzione di utilità.

La funzione di utilità può quindi essere riscritta come:

$$U = \alpha E(i_T) + (1-\alpha)i^M - \alpha^2 \sigma_T^2$$

Sostituiamo i dati a nostra disposizione nella funzione di utilità:

$$U = 0.05\alpha - \alpha^2 0.1$$

Possiamo ora massimizzare l'utilità dell'individuo, rispetto ad α:

$$\max_{\alpha} 0.05\alpha - \alpha^2 0.1$$

Calcoliamo la derivata della funzione di utilità rispetto ad α e la poniamo pari a zero (condizione del primo ordine):

$$\begin{aligned} \frac{dU}{d\alpha} &= 0.05 - 2*0.1*\alpha = 0 \\ &\Rightarrow \alpha = \frac{0.05}{2*0.1} = 0.25 \end{aligned}$$

Quindi, la frazione di ricchezza detenuta in moneta, $(1-\alpha)$ sarà pari a 0.75.

(b) Analogie e differenze con il modello di Keynes.

- caratteristica comune: in entrambi i modelli la moneta viene domandata a scopo speculativo

- caratteristica che distingue i due modelli: nel modello di Keynes, gli individui basano al loro scelta di allocazione della ricchezza sul rendimento relativo atteso. Nel modello della domanda di moneta per investimento, la scelta dipende non solo dal rendimento atteso del portafoglio, ma anche dal *rischio* connesso alla incertezza del portafoglio stesso (rappresentato dalla varianza).

Esercizio 1.6

(a) Il modello di Baumol e Tobin considera la domanda di moneta a scopo transattivo. Gli individui domandano moneta a causa dell'assenza di sincronia tra pagamenti rievuti e pagamenti effettuati. Per questo motivo, gli individui detengono moneta anche in presenza di altre attività finanziarie a rendimento più elevato. Assumiamo che convertire una attività finanziaria in un'altra attività comporti dei costi di transazione che indichiamo con z. In assenza di costi di transazione, gli individui vorrebbero detenere tutta la ricchezza finanziaria in attività a rendimento maggiore rispetto alla moneta. Se i costi di transazione sono positivi, invece, gli individui vorranno detenere moneta in modo da bilanciare il vantaggio di un rendimento più elevato con quello di minori costi di transazione.

Consideriamo i dati dell'esercizio:
T = 32400
i = 10%
z = 5
P = 1

Indichiamo con B l'importo di ogni transazione. Il numero di conversioni effettuate in ogni periodo è quindi $\frac{T}{B}$. La quantità media di moneta detenuta in ogni periodo è $\frac{B}{2}$.

L'investitore desidera minimizzare il costo totale sostenuto per la gestione dei pagamenti.

$$CT = z\frac{T}{B} + i\frac{B}{2}$$

La prima componente dei costi di gestione rappresenta i costi di transazione (costo di transazione, z, moltiplicato per il numero di transazioni, T/B). La seconda componente dei costi totali rappresenta il costo opportunità di detenere moneta al posto di un'altra attività finanziaria a rendimento i. L'investitore minimizza i costi totali scegliendo l'importo ottimale B.

Il problema di minimizzazione è quindi il seguente:

$$\min_B z\frac{T}{B} + i\frac{B}{2}$$

Deriviamo i Costi Totali rispetto a B e poniamo la derivata pari a zero (condizione del primo ordine):

$$\begin{aligned}\frac{\partial CT}{\partial B} &= -\frac{zT}{B^2}+\frac{i}{2}=0\\ B &= \sqrt{\frac{2zT}{i}}\end{aligned}$$

La domanda di saldi reali è quindi:

$$\frac{M^d}{P}=\frac{B}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2zT}{i}}$$

Sostituendo i valori dell'esercizio:

$$\frac{M^d}{P}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 32400}{0.1}}=900$$

(b) Ricaviamo analiticamente l'elasticità della moneta al reddito:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\frac{M}{P},T} &= \frac{\partial M/P}{\partial T}\frac{T}{M/P}\\ &= \left(\frac{1}{2}\frac{\frac{z}{i}}{\sqrt{\frac{2zT}{i}}}\right)\frac{T}{M/P}\\ &= \left(\frac{1}{2}\frac{\frac{z}{i}}{\sqrt{\frac{2zT}{i}}}\right)\frac{T}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2zT}{i}}}\\ &= \frac{\frac{zT}{i}}{\frac{2zT}{i}}\\ \varepsilon_{\frac{M}{P},T} &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

L'elasticità della domanda di saldi reali al reddito è positiva ed inferiore ad uno: questo significa che esistono *economia di scala*. A seguito di un aumento del reddito, la domanda di saldi reali aumenta, ma meno in termini percentuali rispetto al reddito.

Ricaviamo ora l'elasticità della domanda di saldi reali al tasso di interesse:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_{\frac{M}{P},i} &= \frac{\partial M/P}{\partial T}\frac{i}{M/P} \\
&= \left(\frac{1}{2}\frac{\frac{z}{i}}{\sqrt{\frac{2zT}{i}}}\right)\frac{i}{M/P} \\
&= \left(\frac{1}{2}\frac{-\frac{zT}{i^2}}{\sqrt{\frac{2zT}{i}}}\right)\frac{i}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2zT}{i}}} \\
&= -\frac{\frac{zT}{i}}{\frac{2zT}{i}} \\
\varepsilon_{\frac{M}{P},i} &= -\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

L'elasticità della domanda di saldi reali al tasso di interesse è negativa ed, in valore assoluto, inferiore a 1.

(c) Consideriamo ora un aumento del tasso di interesse: $i = 11\%$.

Cosa dovremmo aspettarci? Abbiamo appena visto che se il tasso di interesse aumenta, la domanda di saldi reali diminuisce, ma meno in termini percentuali del tasso di interesse. Sostituiamo il nuovo valore del tasso di interesse:

$$\frac{M^d}{P} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 32400}{0.11}} = 858.116$$

Effettivamente, la domanda di saldi reali è diminuita in misura meno che proporzionale.

(d) Cosa accade se il reddito raddoppia? A seguito di un aumento del reddito e in presenza di economie di scala, la domanda di saldi reali aumenta, ma meno in termini percentuali rispetto al reddito.

$$\frac{M^d}{P} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 64800}{0.1}} = 1272.79$$