

Lezione Tre

Tassi di interesse e
valutazione degli
strumenti finanziari

Panoramica sui tassi di interesse

- Tassi di interesse nominali - i tassi di interesse di fatto osservati nei mercati finanziari:
 - incidono direttamente sul valore (prezzo) degli strumenti finanziari negoziati;
 - determinano la remunerazione dello strumento finanziario.

Il valore temporale del denaro e i tassi di interesse

- Si parta dal presupposto che 1 euro oggi vale più di 1 euro in una qualsiasi data futura. Il concetto di **valore finanziario** presuppone che l'interesse guadagnato al tempo t sia immediatamente reinvestito (**interesse composto**). E' anche possibile considerare l'ipotesi che l'interesse non venga reinvestito (**interesse semplice**).
- Interesse semplice
 - gli interesse maturati su un investimento **non vengono reinvestiti**.
- Interesse composto
 - gli interessi maturati su un investimento vengono **immediatamente reinvestiti**.

Calcolo del rendimento semplice

$$\text{Valore (a 2 anni)} = \text{Capitale investito} + \text{Interesse (sul 1° anno)} + \text{Interesse (sul 2° anno)}$$

Esempio:

€1.000 vengono investiti per un periodo di 2 anni al tasso del 12%

$$\text{Valore} = \text{€1.000} + \text{€1.000} \times 0,12 + \text{€1.000} \times 0,12$$

$$= \text{€1.000} + \text{€1.000} \times 0,12 \times 2 = \text{€1.240}$$

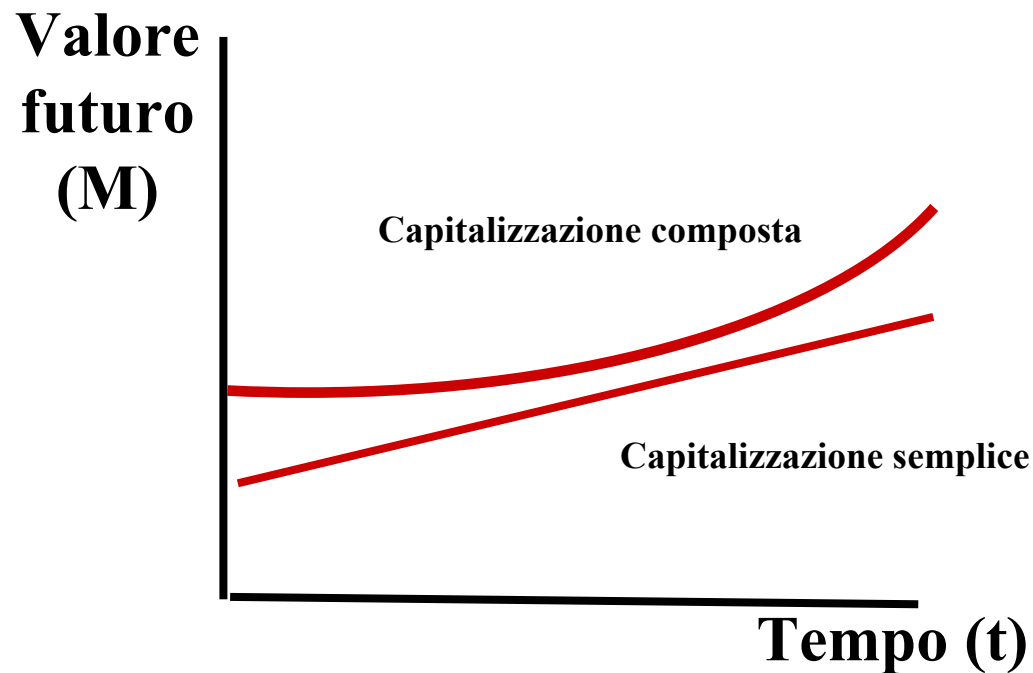
$$M = C \times (1 + i \times t); \quad I = C \times (i \times t)$$

Calcolo del rendimento composto

$$\begin{aligned}\text{Valore (a 2 anni)} &= \text{Capitale investito} + \text{Interesse} + \text{Interesse composto} \\ \text{Valore} &= \text{€1.000} + \text{€1.000} \times 0,12 + \text{€1.000} \times 0,12 + \text{€1.000} \times 0,12 \times 0,12 \\ &= \text{€1.000} [1 + 2 \times 0,12 + (0,12)^2] \\ &= \text{€1.000} \times (1,12)^2 = \text{€1.254,40}\end{aligned}$$

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Relazione tra tassi di interesse, tempo, valore attuale e valore futuro



Calcolo dell'interesse anticipato, alias “a sconto”

- Il valore corrente (a sconto/C) dello strumento è inferiore a quello nominale (M); la differenza tra i due è data dallo sconto (S) richiesto dal compratore per investire il capitale fino alla scadenza.
- Il regime dello sconto dipende da: capitale nominale, tasso di interesse, tempo dell'investimento.

$$S = M \times i \times t; \quad C = M - S$$

Calcolo dell'interesse anticipato, alias “a sconto”

Sconto di una commercial paper del valore nominale di €100.000 tra un anno al tasso del 5%

$$\text{Valore scontato} = €100.000 - (€100.000 \times 0,05 \times 1) = 95.000$$

Essendo in presenza del “pagamento di interessi anticipati”, il tasso di sconto non coincide con il tasso di interesse effettivamente maturato:

$$I = (M/C - 1) \times C; \quad i = M/C - 1 = 5,263\%$$

da cui si deriva la formula di applicazione generale (regime dell'interesse composto):

$$i = SR(M/C)^n - 1$$

Valore futuro (capitalizzazione)

- L'equazione del valore futuro di un flusso di cassa (CF) consente di tradurre un flusso di cassa ricevuto all'inizio di un investimento (c.d. capitale) in un valore finale (futuro/c.d. montante) alla fine dell'orizzonte temporale.
- Il valore futuro (M) aumenta con l'aumentare sia del tasso di interesse, sia dell'orizzonte temporale

L'equazione del valore futuro

M di un flusso di cassa unico

$$M_n = C (1 + i/m)^{nm}$$

con: n = numero degli anni


m = numero di periodi di capitalizzazione nell'anno

e dove: $(1 + i/m)^{nm}$ = fattore di montante

M di una rendita

$$M_n = CF \times \sum_{(t=0)}^{(nm-1)} (1 + i/m)^t$$

Calcolo del valore futuro di un unico flusso di cassa

- Sia dato un investimento di €10.000 oggi in cambio di un flusso di cassa fisso futuro dopo 6 anni
 - tasso 8% $\rightarrow €10.000 \times 1,586874 = €15.868,74$
 - tasso 12% $\rightarrow €10.000 \times 1,973823 = €19.738,23$
 - tasso 16% $\rightarrow €10.000 \times 2,436396 = €24.363,96$
 - tasso 16% capitalizzato semestralmente:
 $€10.000 \times 2,518170 = €25.181,70$
- 

Calcolo del valore futuro di una rendita

- Si ipotizzi di investire €10.000 allo scadere di ciascuno dei prossimi 6 anni,
 - tasso 8% $\rightarrow €10.000 \times 7,335929 = €73.359,29$
- Se l'investimento frutta €10.000 allo scadere di ciascun trimestre dei prossimi 6 anni,
 - VF = $€10.000 \times 30,421862 = € 304.218,62$

Valore attuale (attualizzazione)

- L'equazione del valore attuale permette di convertire i flussi di cassa maturati in un orizzonte d'investimento futuro in un valore equivalente (attuale) attualizzando i flussi di cassa futuri all'attuale tasso di interesse di mercato
 - pagamento unico
 - una somma unica incassata alla fine dell'orizzonte temporale di investimento
 - rendita
 - una serie di pagamenti (uguali) incassati ad intervalli temporali prefissati
- Il valore attuale diminuisce all'aumentare dei tassi di interesse

Calcolo del valore attuale di un pagamento unico

$$C = M_n(1/(1 + i/m))^{nm}$$

dove:

C = valore attuale (capitale)

M = valore futuro (montante/flusso unico) incassato
tra n anni

i = tasso di interesse semplice annuo

n = numero di anni dell'investimento

m = periodi di capitalizzazione in un anno

i/m = tasso periodico maturato sull'investimento

nm = numero totale dei periodi di capitalizzazione

$1/(1 + i/m)^{nm}$ = fattore di attualizzazione del flusso di cassa

Calcolo del valore attuale di un pagamento unico

- Si consideri un investimento che paga €10.000 allo scadere del 6°anno a fronte del versamento di un flusso di cassa oggi.

$$C = M \times (1/(1 + i/m)^{nm})$$

$$\text{tasso } 8\% \rightarrow € 10.000 \times 0,630170 = € 6.301,70$$

$$\text{tasso } 12\% \rightarrow € 10.000 \times 0,506631 = € 5.066,31$$

$$\text{tasso } 16\% \rightarrow € 10.000 \times 0,410442 = € 4.104,42$$

Calcolo del valore attuale (VA) di una rendita

$$VA = CF \times \sum_{t=1}^{nm} (1/(1 + i/m))^t$$

dove:

VA = valore attuale

CF = pagamento periodico (annuale)

i/m = tasso periodico maturato sull'investimento

nm = numero totale dei periodi di capitalizzazione

Calcolo del valore attuale di una rendita

Si consideri un investimento che paga €10.000 l'ultimo giorno di ogni anno per i prossimi 6 anni a fronte di un unico versamento oggi

$$VA = CF \times \sum_{t=1}^{nm} (1/(1 + i/m))^t$$

tasso 8% → € 10.000 × 4,622880 = € 46.228,80

Se la somma venisse incassata l'ultimo giorno di ogni trimestre per i prossimi 6 anni:

tasso 8% → € 10.000 × 18,913926 = € 189.139,26

L'Internal Rate of Return (IRR)

- Il rendimento esprime la valutazione di sintesi del ritorno finanziario di una rendita che esprima almeno un flusso finanziario nel futuro.
- L'IRR è quel tasso che consente di esprimere il rendimento di una operazione di investimento che paghi almeno un flusso di cassa nel futuro.
- Procedimento di calcolo:
 - individuare tutti i flussi di cassa dell'operazione da valutare;
 - attualizzare ciascun flusso in base alla sua esatta manifestazione temporale;
 - ricercare quel tasso i (l'incognita) che eguaglia il valore attuale dei flussi futuri a quello del flusso corrente.

$$VAN = -FC_0 + FC_1/(1 + IRR) + FC_2/(1 + IRR)^2 + FC_T/(1 + IRR)^T = 0$$

Rendimento Annuo Equivalente (RAE)

- L'IRR così ottenuto è un tasso periodale, ossia dipende dalla durata temporale degli intervalli di manifestazione dei flussi (se i flussi sono annuali l'IRR è su base annuale)
- Poiché nella finanza la convenzione in uso è quella di esprimere sempre tassi su base annuale, in caso di rendimenti infrannuali (semestrali, trimestrali, ...) bisogna esprimerli su base annuale (rendimento annuo equivalente – RAE):

$$\text{RAE} = (1 + i_k)^k - 1$$