

La probabilità che v sia la seconda valutazione è:

$$\Pr(v = v_{n-1}) = \frac{1}{v_n}$$

$$\Pr(v > v_1) = \Pr(v > v_2) = \dots = \Pr(v > v_{n-2}) = \frac{v}{v_n}$$

La probabilità che v sia contemporaneamente maggiore di tutte le altre $n-2$ valutazioni è quindi:

$$\left(\frac{v}{v_n}\right)^{n-2}$$

La probabilità che v sia la seconda valutazione e che sia maggiore di tutte le altre $n-2$ valutazioni è:

$$\frac{1}{v_n} \left(\frac{v}{v_n}\right)^{n-2}$$

Ciò deve valere per $n-1$ bidders:

$$\frac{1}{v_n} \left(\frac{v}{v_n}\right)^{n-2} (n-1)$$

Il valore atteso della seconda valutazione è la media di tutti i possibili valori di v (ricorda che $v \in [0, v_n]$) è dunque:

$$E(v) = \int_0^{v_n} v \frac{1}{v_n} \left(\frac{v}{v_n}\right)^{n-2} (n-1) dv$$

portando fuori dall'integrale la costante $(n-1)$, e svolgendo i prodotti all'interno dell'integrale, otteniamo:

$$\begin{aligned} E(v) &= (n-1) \int_0^{v_n} \frac{v^{n-1}}{v_n^{n-1}} dv = \\ &= (n-1) \frac{1}{v_n^{n-1}} \int_0^{v_n} v^{n-1} dv = \\ &= (n-1) \left(\frac{1}{v_n}\right)^{n-1} \left[\frac{1}{n} v^n\right]_0^{v_n} = \\ &= (n-1) \left(\frac{1}{v_n}\right)^{n-1} \frac{1}{n} v_n^n = \\ &= \frac{(n-1)}{n} \frac{v_n^n}{v_n^{n-1}} = \\ &= \frac{(n-1)}{n} v_n \end{aligned}$$