Se c'è avversione al rischio:

$$U(r)\left(Er,\sigma^2\right)$$

Possiamo approssimare $U(r)$ con l'espansione di Taylor:

$$U(r)\simeq U(Er)+U'(Er)(r-Er)+\frac{1}{2}U''(Er)(r-Er)^2+\epsilon$$

$$EU(r)\simeq U(Er)+U'(Er)\underbrace{E(r-Er)}_{Er-Er}+\frac{1}{2}U''(Er)\underbrace{E(r-Er)^2}_{\sigma_r^2}+\epsilon$$

$$EU(r)\simeq U(Er)+\frac{1}{2}U''(Er)\sigma_r^2+\epsilon$$

Il rendimento atteso di un'attività è:

$$E(r)=\frac{\sum_{i=1}^{n}r_i}{n}$$

$$SQM(r)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i-E(r_i)\right)^2}{n}}$$

Il rendimento atteso di un portafoglio con due attività è:

$$E\left(r_{portafoglio}\right)=\alpha E(r_A)+\beta E(r_B)\ \text{ dove } \alpha+\beta=1$$

la Varianza del rendimento del portafoglio con due attività è:

$$Var\left(r_{portafoglio}\right)=\alpha^2\sigma_A^2+2\alpha\beta\sigma_{AB}+\beta^2\sigma_B^2$$

Dove $\sigma_{AB}$ è la covarianza tra $r_A$ e $r_B$:

$$Cov(r_A,r_B)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_{iA}-E(r_{iA})\right)\left(r_{iB}-E(r_{iB})\right)}{n}$$

Il coefficiente di correlazione:

$$\rho_{AB}=\frac{Cov(r_A,r_B)}{\sigma_A\sigma_B}=\frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A\sigma_B}$$

quindi:

$$\sigma_{AB}=\rho_{AB}\left(\sigma_A\sigma_B\right)$$

Possiamo riscrivere la varianza del rendimento del portafoglio come:

$$Var\left(r_{portafoglio}\right)=\alpha^2\sigma_A^2+2\alpha\rho\left(\sigma_A\sigma_B\right)+\beta^2\sigma_B^2$$

Ricordando che $-1<\rho<1$ :
$2\alpha\rho\left(\sigma_A\sigma_B\right)>(<)0$ quando $\rho>(<)1$

Quando $\rho > 0$ la varianza del portafoglio è maggiore della media della varianza dei singoli titoli.

Quando $\rho < 0$ la varianza del portafoglio è minore della media della varianza dei singoli titoli.

Quando $\rho = 0$ la varianza del portafoglio è uguale della media della varianza dei singoli titoli.

$b\,(quadro) = 0$

Supponiamo che $r_A > r_B$ e che le varianza siano uguali.

$E\,(r_{portafoglio})$ aumenta

Se c'è correlazione nulla o negativa diminuisce la varianza (diversificare)

Dubbio il caso in cui $\underbrace{r_A < r_B}_{\text{diminuisce il rendimento atteso}}$ e $\underbrace{\rho < 1}_{\text{diminuisce la varianza}}$

No alla diversificazione se $E\,(r_B) < E\,(r_A)$ e $\rho \geq 0$.